

## **6. Modele decyzyjne problemu wyrównania zapotrzebowania na zasoby**

### **6.1. Wprowadzenie**

W każdej działalności należy dążyć do uzyskania wyniku optymalnego, któremu: „*odpowiadają najwyższe efekty działalności możliwe do uzyskania w określonych warunkach*” (Jaworski, 1999). Efekty te mogą być oceniane za pomocą różnych kryteriów wynikających z celów funkcjonowania organizacji. Ponieważ działalność o charakterze gospodarczym powinna być realizowana w sposób racjonalny i przyczyniać się do maksymalizacji zysków, przedsiębiorstwa dążą do redukcji kosztów operacyjnych i zwiększenia przychodów. Realizując przedsięwzięcia budowlane należy dążyć do uzyskania największego stopnia harmonizacji pracy zaangażowanych zasobów, co przejawia się w zapewnieniu ciągłej i równomiernej produkcji przy pełnym wykorzystaniu potencjału wykonawczego. Przyczynia się to do redukcji czasu i kosztu realizacji przedsięwzięć.

Celem badań, których wyniki zaprezentowano w tym rozdziale, jest opracowanie modeli decyzyjnych wspomagających projektowanie realizacji przedsięwzięć budowlanych i optymalizację wykorzystania zasobów organizacji wykonawczej.

W kolejnych podrozdziałach przedstawiono dotychczasowy stan badań w tym zakresie oraz dokonano klasyfikacji dotychczas stosowanych metod wyrównania zapotrzebowania na zasoby odnawialne. Zidentyfikowano ograniczenia problemu harmonogramowania przedsięwzięcia budowlanego typu kompleks operacji oraz dokonano ich formalizacji matematycznej, zakładając możliwość przerwania ciągłości wykonania wszystkich lub wskazanych procesów. Zaproponowano trzy zastępcze funkcje kryterialne, zapisane za pomocą zależności liniowych, pozwalające na uzyskanie harmonogramu z pożądanym profilem zapotrzebowania na zasoby.

Opracowane modele mogą stanowić podstawę tworzenia dedykowanych aplikacji komputerowych pozwalających na generowanie alternatywnych harmonogramów budowlanych (jak w zamieszczonym przykładzie), których analiza i ocena przez decydenta pozwoli na wybór najlepszego (według jego preferencji) wariantu projektu realizacji przedsięwzięcia.

### **6.2. Ogólna charakterystyka problemu**

Dobór, alokacja zasobów oraz synchronizacja ich pracy w czasie stanowi integralną część procesu harmonogramowania przedsięwzięć. Celem harmonizacji jest wyeliminowanie nieuzasadnionych przerw w pracy zasobów.

Wyróżnia się następujące kategorie zasobów (Węglarz, 1981):

- odnawialne, dla których tylko liczba jednostek w każdej chwili jest ograniczona (robotnicy, zespoły robocze, brygady, maszyny i zestawy maszyn);

---

<sup>9</sup> Piotr Jaśkowski, dr inż., Wydział Budownictwa i Architektury, Politechnika Lubelska

- nieodnawialne, dla których tylko zużycie w każdym przedziale czasu (lub całym horyzoncie planowania) jest ograniczone (np. surowce i wyroby budowlane),
- podwójnie ograniczone, dla których ograniczone zarówno jest liczba jednostek w każdej chwili jak i zużycie (np. środki finansowe);
- zasoby podzielone w sposób dyskretny (np. robotnicy) i ciągły (np. materiały masowe);
- przywłaszczalne (jeśli jednostka tego zasobu może zostać odebrana aktualnie wykonywanemu procesowi i przydzielona do innego) i nieprzywłaszczalne.

Przydział zasobów występuje na szczeblu inwestora jak również wykonawcy. Podejmowanie decyzji o przydziale zasobów na szczeblu inwestora, przy pełnej jego samodzielności, najczęściej odbywa się w trybie przetargowym – pertraktacji między inwestorem a wykonawcami. Przydział zasobów budowlanych do poszczególnych zadań na szczeblu wykonawcy jest zazwyczaj wewnętrzną sprawą przedsiębiorstw. Problem ten może wystąpić na szczeblu kierownictwa przedsiębiorstwa, budowy, brygady i w różnych fazach planowania (przygotowanie oferty, planowanie operatywne) oraz projektowania realizacji budowy.

Do projektowania realizacji przedsięwzięć budowlanych typu kompleks operacji w warunkach deterministycznych powszechnie wykorzystuje się metody sieciowe (Biernacki i Cyunel, 1989; Jaworski, 1999; Marcinkowski, 2002). Umożliwiają one wykorzystanie elektronicznej techniki obliczeniowej, co ułatwia ciągłą aktualizację planów przy zmiennych warunkach działania. Stosowane są dwie techniki odwzorowywania sieci zależności technologicznych i organizacyjnych – dwupunktowa, i coraz częściej, ze względu na upowszechnienie programów komputerowych ją wykorzystujących, wspomagających zarządzanie przedsięwzięciami – technika jednopunktowa.

Metody sieciowe pozwalają na analizę modelu sieciowego przedsięwzięcia w funkcji czasu (poszukiwanie najkrótszego czasu realizacji) bez uwzględnienia dostępności zasobów oraz w funkcji czasu i zasobów (realizatorów, środków produkcji, zasobów finansowych).

Oprócz najprostszych metod drugiej grupy, pozwalających na sumowanie zapotrzebowania na zasoby w poszczególnych jednostkach czasu, tworzenie harmonogramów sprawdzających (esogramów) zapotrzebowania na nie lub zużycia (w przypadku zasobów nieodnawialnych), są rozwijane metody umożliwiające tworzenie planów optymalnych (lub suboptymalnych) przy uwzględnieniu istniejących ograniczeń.

Powszechnie w zarządzaniu przedsięwzięciami jest stosowana metoda ścieżki krytycznej (CPM – *Critical Path Method*). Umożliwia ona opracowanie harmonogramu dla minimalnego czasu realizacji oraz wyznaczenie procesów krytycznych, których terminowe wykonanie decyduje o możliwości dotrzymania terminu zakończenia przedsięwzięcia, a przez to wspomaga funkcje kontrolne i planowania w ramach zarządzania operatywnego, wskazując zadania priorytetowe (dla których należy podejmować działania niwelujące negatywny wpływ zakłóceń) i ułatwiając ewentualną aktualizację planów. Metodę tę cechuje jednak wiele niedoskonałości i uproszczeń. Jednym z nich jest założenie o nieograniczonej dostępności zasobów. Metoda ta umożliwia jedynie tzw. bilansowanie zasobów – opracowany harmono-

gram na podstawie analizy modelu sieciowego w funkcji czasu jest podstawą do sporządzenia pochodnych wykresów zatrudnienia (pracy) zasobów i określenia potrzeb ich zaangażowania przy realizacji przedsięwzięcia.

Problemy wyrównania poziomu zapotrzebowania na zasoby są najczęściej rozpatrywane teoretycznie na bazie metod optymalizacyjnych stosowanych w badaniach operacyjnych. Dotychczas formułowane zadania optymalizacji harmonogramów przedsięwzięć typu kompleks operacji różnią się między sobą formalnym ujęciem problemu, wielkością (liczbą zmiennych i parametrów, warunków ograniczeń), metodą rozwiązania. Problem decyzyjny jest formułowany zazwyczaj następująco (Jaworski, 1999; Pawlak, 1999):

- przy zadanym poziomie dysponowanych zasobów należy zminimalizować czas realizacji przedsięwzięcia lub zoptymalizować wartość innego, przyjętego kryterium (rozlokowanie ograniczonych zasobów);
- przy dyrektywnie ustalonym (lub minimalnym) czasie realizacji należy zoptymalizować poziom zapotrzebowania na zasoby, tak aby np. zminimalizować koszty zaangażowania zasobów, co jest równoważne z wyrównaniem zapotrzebowania na nie w czasie.

Oba podejścia są często łączone. Między innymi Jaworski (2000) analizował problem ustalenia takiego poziomu limitów w kolejnych przedziałach czasu oraz wielkości robót budowlanych, aby sumaryczne koszty związane ze zmianą limitu zasobu oraz koszty niewykorzystania zaangażowanych zasobów były minimalne. Do rozwiązania tego zagadnienia zaproponował on zastosowanie znanych algorytmów rozwiązywania zadań programowania liniowego, a także zależności rekurencyjnych programowania dynamicznego.

Podobny problem rozważał Połośki (2013). Opracował on algorytm wyznaczenia optymalnego wyrównania wykresu zatrudnienia ze względu na kryterium kosztowe, gdy ponoszony jest równocześnie koszt przekroczenia wymaganego zapotrzebowania na analizowany zasób oraz koszt zmiany poziomu zatrudnienia. Założył, że obie funkcje zmiany kosztów nie muszą być liniowe, zatrudnienie musi być zawsze zaspokojone i nie może być magazynowane. Algorytm – oparty na grafach skierowanych – wyznacza pożądane zatrudnienie każdego analizowanego dnia, poszukując rozwiązania ze względu na minimalny łączny koszt przekroczenia wymaganego zapotrzebowania i zmiany poziomu zatrudnienia.

W obu przypadkach istnieje jednak trudność w ustaleniu jednorazowych kosztów zwiększenia limitów, bardziej racjonalnym byłoby uwzględnienie kosztów utrzymania zwiększonych limitów i uzależnienia ich od czasu ich pracy.

W idealnym harmonogramie zatrudnienia / pracy lub zapotrzebowania na zasoby w kolejnych dniach realizacji zapotrzebowanie na nie powinno być równe ich dostępności. Zakładając, że limit dostępności jest stały i niezmienny w czasie budowy, wykres zatrudnienia powinien mieć kształt prostokąta. W przypadku produkcji budowlanej dopuszcza się drobne nierównomierności w zatrudnieniu robotników poszczególnych specjalności zawodowych – mogą one być wyrównane przez załogę budowy. Istotne jest natomiast dążenie do wyrównania zatrudnienia ogólnego (robotników wszystkich specjalności) i tym samym do minimalizacji zapotrzebowania dziennego. W przypadku pracy maszyn nierównomierności w ich zaangażowaniu są źródłem strat finansowych, ze względu na niepełne wykorzystanie parametrów pra-

cy maszyn w okresie najmu. Racjonalne wykorzystanie zasobów niezbędnych do realizacji przedsięwzięcia wpływa na efektywność ekonomiczną jego realizacji oraz ułatwia gospodarkę zasobami w skali całego przedsiębiorstwa wykonawczego. Wyrównany poziom zapotrzebowania na zasoby sprzyja pełnemu wykorzystaniu potencjału wykonawczego.

Problem wyrównania zapotrzebowania na zasoby można również rozpatrywać jako istotny z punktu widzenia logistyki i optymalizacji przepływów zasobów w skali budowy oraz przedsiębiorstwa budowlanego. Nierównomierność zatrudnienia wymaga kosztownych przerzutów sił i środków na place budów, utrudnia racjonalną gospodarkę zasobami w skali całego przedsiębiorstwa, zwiększa koszty zagospodarowania palcu budowy.

W modelach problemu wyrównywania zasobów zakłada się, że są one dostępne w wymaganej ilości, a problem decyzyjny polega na ustaleniu terminów realizacji procesów w taki sposób, aby przedsięwzięcie mogło być zrealizowane w założonym czasie (zwykle minimalnym) przy optymalnym wykorzystaniu dostępnych zasobów. Celem optymalizacji jest ograniczenie fluktuacji zasobów oraz likwidacja szczytów w ich zatrudnieniu.

Prezentowane w literaturze przedmiotu metody rozwiązywania zagadnień harmonogramowania przedsięwzięć budowlanych z optymalizacją zapotrzebowania na zasoby można podzielić następująco:

- poszukiwanie rozwiązań optymalnych z wykorzystaniem programowania całkowitoliczbowego, metody podziału i ograniczeń, programowania dynamicznego i binarnego;
- poszukiwanie rozwiązań suboptymalnych z wykorzystaniem algorytmów heurystycznych, w tym stosowanie:
  - a) heurystyk specjalizowanych,
  - b) metod metaheurystycznych – przeszukiwanie tabu, symulowane wyżarzanie, algorytmy genetyczne;
- wykorzystanie metod sztucznej inteligencji – systemów eksperckich, sztucznych sieci neuronowych oraz systemów hybrydowych.

### **6.3. Analiza i sformułowanie problemu**

#### **Modelowanie ograniczeń problemu**

Podobnie jak w klasycznych modelach matematycznych problemu wyrównywania zasobów, przyjęto następujące założenia:

- a) procesy są realizowane bez przerw, tzn. termin zakończenia realizacji procesu jest sumą terminu jego rozpoczęcia i ustalonego czasu wykonania;
- b) terminy rozpoczęcia wykonywania procesów i czasy ich realizacji są całkowitoliczbowe;
- c) zapotrzebowanie na zasoby niezbędne do wykonania każdego procesu jest znane i stałe;
- d) dostępność zasobów jest nieograniczona;
- e) jest określony dyrektywny termin zakończenia realizacji wszystkich zadań;
- f) muszą być zachowane wszystkie relacje kolejnościowe między procesami przedsięwzięcia (zależności technologiczne i organizacyjne).

Zakres przedsięwzięcia oraz kolejność poszczególnych procesów budowlanych są modelowane za pomocą skierowanego, niecyklicznego i spójnego unigrafu  $G = \langle V, E \rangle$  bez pętli.  $V = \{1, 2, \dots, n\}$  jest zbiorem wierzchołków grafu (procesów budowlanych) z jednym wierzchołkiem początkowym i końcowym,  $E \subset V \times V$  to relacja dwuczłonowa, określająca kolejność procesów (łuki grafu). Realizacja każdego procesu  $i \in V$  wymaga zaangażowania stałej liczby  $z_{ir}$  jednostek zasobów  $r \in R$  ( $R$  – zbiór rodzajów zasobów). Dla każdego procesu  $i \in V$  został ustalony czas jego realizacji  $t_i$ . Analiza modelu sieciowego w funkcji czasu umożliwia wyznaczenie m.in. najwcześniejszych terminów rozpoczęcia procesów  $t_i^{wr}$  i najpóźniejszych  $t_i^{pz}$  terminów ich zakończenia (dla ustalonego dyrektywnego terminu zakończenia przedsięwzięcia  $T$ , nie mniejszego od terminu minimalnego).

Wprowadźmy następujące oznaczenia:

$s_i$  – termin rozpoczęcia wykonywania procesu  $i \in V$ ,  
 $f_i$  – termin zakończenia wykonywania procesu  $i \in V$ ,  
 $Z_n$  – wartość dziennego zapotrzebowania na zasób  $r \in R$  w dniu  $t$  ( $t = 1, 2, \dots, T$ ),  
 $y_{it}$  – binarna zmienna decyzyjna, która przyjmuje wartość 1, gdy proces  $i \in V$  jest realizowany w dniu  $t$  ( $t \in [t_i^{wr} + 1, t_i^{pz}]$ ), wartość 0 – w przeciwnym przypadku.

Wartość dziennego zapotrzebowania na zasoby można określić na podstawie następującej zależności:

$$Z_n = \sum_{i \in V} z_{ir} \cdot y_{it}, \quad \forall r \in R, \forall t \in [t_i^{wr} + 1, t_i^{pz}]. \quad (6.1)$$

Dopuszczalne wartości zmiennych decyzyjnych (terminów rozpoczęcia i zakończenia procesów oraz zmiennych binarnych  $y_{it}$ ) muszą spełniać następujące ograniczenia:

1) Termin rozpoczęcia pierwszego procesu jest równy 0:

$$s_1 = 0. \quad (6.2)$$

2) Termin zakończenia każdego procesu – przy założeniu, że jest on realizowany bez przerw – jest sumą terminu jego rozpoczęcia i czasu wykonania:

$$f_i = s_i + t_i, \quad \forall i \in V, \quad (6.3)$$

Ze względu na tę zależność, jest możliwe wyeliminowanie z modelu zmiennych  $f_i$ .

2) Kolejne procesy mogą rozpocząć się po zakończeniu ich bezpośrednich poprzedników:

$$s_j \geq f_i, \quad \forall (i, j) \in E \quad (6.4)$$

lub w postaci równoważnej:

$$s_j \geq s_i + t_i, \quad \forall (i, j) \in E. \quad (6.5)$$

3) Termin zakończenia przedsięwzięcia nie może przekroczyć terminu dyrektywnego:

$$f_n \leq T \quad (6.6)$$

lub:

$$s_n + t_n \leq T \quad (6.7)$$

4) Liczba dni, w których dany proces jest realizowany, jest równa czasowi jego wykonania:

$$\sum_{t \in [t_i^{wr} + 1, t_i^{pz}]} y_{it} = t_i, \quad \forall i \in V. \quad (6.8)$$

5) Termin rozpoczęcia każdego procesu przypada na początek pierwszego dnia jego realizacji:

$$T - s_i = \max \left\{ (T - t + 1) \cdot y_{it} : t \in [t_i^{wr} + 1, t_i^{pz}] \right\}, \quad \forall i \in V, \quad (6.9)$$

co można zapisać w postaci liniowej następująco:

$$T - s_i \geq (T - t + 1) \cdot y_{it}, \quad \forall i \in V, \quad \forall t \in [t_i^{wr} + 1, t_i^{pz}]. \quad (6.10)$$

6) Termin zakończenia każdego procesu przypada na koniec ostatniego dnia jego realizacji:

$$f_i = \max \left\{ t \cdot y_{it} : t \in [t_i^{wr} + 1, t_i^{pz}] \right\}, \quad \forall i \in V, \quad (6.11)$$

co można zapisać w postaci liniowej jako:

$$f_i \geq t \cdot y_{it}, \quad \forall i \in V, \quad \forall t \in [t_i^{wr} + 1, t_i^{pz}] \quad (6.12)$$

lub w postaci równoważnej, uwzględniając zależność (3):

$$s_i + t_i \geq t \cdot y_{it}, \quad \forall i \in V, \quad \forall t \in [t_i^{wr} + 1, t_i^{pz}]. \quad (6.13)$$

7) Termin rozpoczęcia każdego procesu nie może być mniejszy od terminu najwcześniejszego:

$$s_i \geq t_i^{wr}, \quad \forall i \in V. \quad (6.14)$$

8) Termin zakończenia każdego procesu musi być mniejszy od terminu zakończenia:

$$f_i \leq t_i^{pz}, \quad i \in V \quad (6.15)$$

lub równoważnie:

$$s_i + t_i \leq t_i^{pz}, \quad i \in V. \quad (6.16)$$

9) Zmienne  $y_{it}$  muszą przyjmować wartości binarne:

$$y_{it} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in V, \forall t \in [t_i^{wr} + 1, t_i^{pc}]. \quad (6.17)$$

Warunek (6.3) zapewnia ciągłość realizacji poszczególnych procesów. Karaa i Nasr (1989) zauważyli, że w wielu przypadkach jest zasadne przerwanie realizacji niektórych procesów i alokacja niezaangażowanych (uwolnionych) zasobów do realizacji innych procesów. Umożliwia to lepsze wyrównanie wykresów zapotrzebowania lub pracy zasobów. Takie podejście – stosując inny sposób formalizacji – zastosowano m.in. w następujących pracach: Son i Skibniewski (1999), Mattila i Abraham (1998), Son i Mattila (2004), Hariga i El-Sayegh (2011).

Należy zaznaczyć, że w przypadku pominięcia zależności (6.3) i dopuszczenia do przerw w wykonywaniu procesów, obliczone terminy ich rozpoczęcia ( $s_i$ ) i zakończenia ( $f_i$ ) wykonywania, ze względu na przyjęty sposób linearyzacji zależności (6.9) i (6.11), mogą być zaniżone lub zawyżone. Prawidłowe wartości należy ustalić na podstawie wartości zmiennych binarnych  $y_{it}$ .

### Zastępcze funkcje kryterialne

Cel optymalizacji w modelach matematycznych zagadnień wyrównywania zasobów jest wyrażany w postaci różnych funkcji kryterialnych, np. jest to minimalizacja maksymalnego poziomu zatrudnienia (Wagner i inni, 1964), minimalizacja sumy kwadratów odchyłeń poziomu zatrudnienia dziennego od poziomu średniego (Burgess i Killebrew, 1962) lub sumy wartości bezwzględnych odchyłeń (Easa, 1989), minimalizacja momentu wykresu zatrudnienia względem osi czasu (Harris, 1990), minimalizacja sumy wartości bezwzględnych różnic między zapotrzebowaniem dziennym w kolejnych dniach realizacji przedsięwzięcia (Senouci i Eldin, 2004) itp. Dobór odpowiedniej funkcji celu powinien uwzględniać preferencje decydenta (Mattila i Abraham, 1998). Poniżej przedstawiono przykłady trzech funkcji kryterialnych, które można przedstawić w postaci liniowej, ułatwiającej znalezienie rozwiązania modelu.

1) Minimalizacja maksymalnego zapotrzebowania na zasoby.

Maksymalne zapotrzebowanie na zasoby  $\alpha_r$  ( $\forall r \in R$ ) jest podstawą projektowania wielu rozwiązań elementów zagospodarowania placu budowy, tym samym wpływa na koszty jego urządzenia. Okresowy wzrost zatrudnienia wymaga pozyskania na krótki okres dużej liczby pracowników lub maszyn, zwiększa koszty przerzutów sił i środków z jednego placu budowy na inny lub straty spowodowane przerwami w pracy zasobów. Funkcje celu dla kryterium minimalizacji „szczytów” w zapotrzebowaniu na zasoby każdego rodzaju można zapisać następująco:

$$\min \alpha_r : \alpha_r = \max_{t \in [1, T]} Z_{rt}, \quad \forall r \in R. \quad (6.18)$$

Ze względu na zaangażowanie wielu rodzajów zasobów, mamy do czynienia z problemem optymalizacji wielokryterialnej. Można go sprowadzić do następującej postaci liniowej z addytywną funkcją użyteczności:

$$\min z : z = \sum_{r \in R} \alpha_r \quad (6.19)$$

i dodatkowymi ograniczeniami w formie nierówności:

$$Z_n \leq \alpha_r, \quad \forall r \in R, \quad t \in [1, T]. \quad (6.20)$$

2) Minimalizacja sumy odchyleń dziennych zapotrzebowań na zasoby od poziomów średnich

Wahania poziomu zapotrzebowania na zasób utrudniają racjonalną gospodarkę zasobami i – w przypadku zasobów czynnych – powodują przerwy w ich zatrudnieniu. Kryterium oceny równomierności poziomu zapotrzebowania na zasoby można zapisać w następującej postaci:

$$\min z : z = \sum_{t=1}^T \sum_{r \in R} |\bar{Z}_r - Z_n| \quad (6.21)$$

lub w sposób równoważny:

$$\min z : z = \sum_{t=1}^T \sum_{r \in R} (u_n + v_n), \quad (6.22)$$

$$\bar{Z}_r - Z_n = u_n - v_n, \quad \forall r \in R, \quad \forall t = 1, 2, \dots, T, \quad (6.23)$$

$$u_n, v_n \geq 0, \quad \forall r \in R, \quad \forall t = 1, 2, \dots, T, \quad (6.24)$$

$\bar{Z}_r$  – średni poziom zapotrzebowania na zasób  $r \in R$

$u_n, v_n$  – odchylenia dzienne (w dniu  $t$ ) zapotrzebowania na zasób  $r$  od poziomu średniego (jeżeli  $\bar{Z}_r - Z_n \geq 0$ , to  $\bar{Z}_r - Z_n = u_n, v_n = 0$ ; jeżeli  $\bar{Z}_r - Z_n < 0$ , to  $\bar{Z}_r - Z_n = v_n, u_n = 0$ ).

3) Minimalizacja sumy ważonej wartości bezwzględnych różnic między zapotrzebowaniem dziennym w kolejnych dniach realizacji przedsięwzięcia.

W przypadku przedsięwzięć budowlanych realizowanych według koncepcji pracy potokowej, można wyodrębnić trzy fazy wykonania budowy: rozwijania pracy równomiernej, ustabilizowanej pracy równomiernej i zanikania pracy równomiernej. W pierwszej fazie w kolejnych okresach zapotrzebowanie na zasoby powinno stopniowo wzrastać, w drugiej – być ustabilizowane, a w trzeciej maleć. Przeciwne tendencje świadczą o zaburzeniach ciągłości zaangażowania zasobów. Idealny profil wykresów zapotrzebowania można uzyskać dla funkcji celu minimalizującej sumę ważoną wartości bezwzględnych różnic między zapotrzebowaniem w kolejnych dniach, odpowiednio ustalając wagi (koszty) różnic. Funkcja ta ma postać:

$$\min z : z = \sum_{r \in R} \sum_{t=1}^{T-1} (w_n^- \cdot u_n + w_n^+ \cdot v_n), \quad (6.25)$$

$$Z_n - Z_{r,t+1} = u_n - v_n, \quad \forall r \in R, \quad \forall t = 1, 2, \dots, T-1, \quad (6.26)$$

$$u_n, v_n \geq 0, \quad \forall r \in R, \quad \forall t = 1, 2, \dots, T-1, \quad (6.27)$$

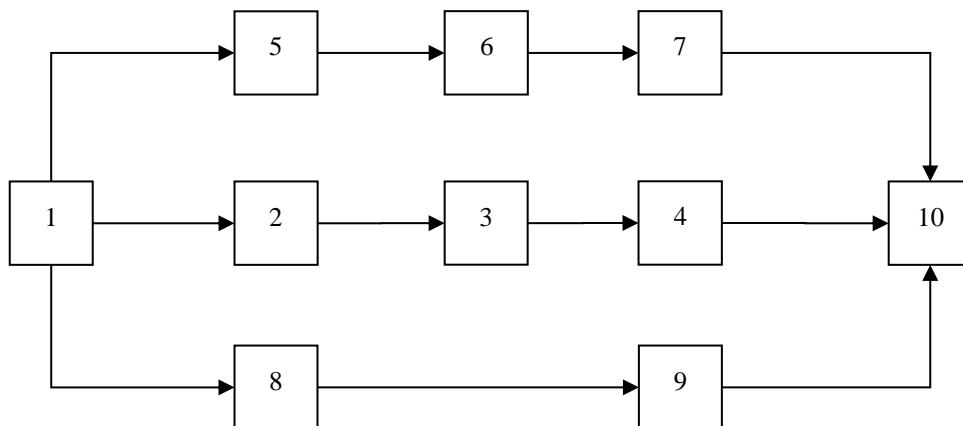
$u_n, v_n$  – różnice zapotrzebowań dziennych na zasób  $r$  w dwóch kolejnych dniach  $t, t+1$  (jeżeli  $Z_n - Z_{r,t+1} \geq 0$ , to  $Z_n - Z_{r,t+1} = u_n, v_n = 0$ ; jeżeli  $Z_n - Z_{r,t+1} < 0$ , to  $Z_n - Z_{r,t+1} = v_n, u_n = 0$ ).



$w_n^-, w_n^+$  – waga (koszt) obniżenia (przyrostu) dziennego zapotrzebowania na zasób  $r$  w kolejnym dniu w stosunku do zapotrzebowania w dniu  $t$ .

#### 6.4. Przykład testowy rozwiązania modelu wyrównywania zasobów

Na rysunku 6.1 przedstawiono graf modelujący zależności kolejnościowe między procesami dla przykładowego przedsięwzięcia. W tabeli 6.1 zestawiono dane o czasach realizacji poszczególnych procesów i zapotrzebowaniach na dwa rodzaje zasobów (np. robotnicy wykwalifikowani i niewykwalifikowani).

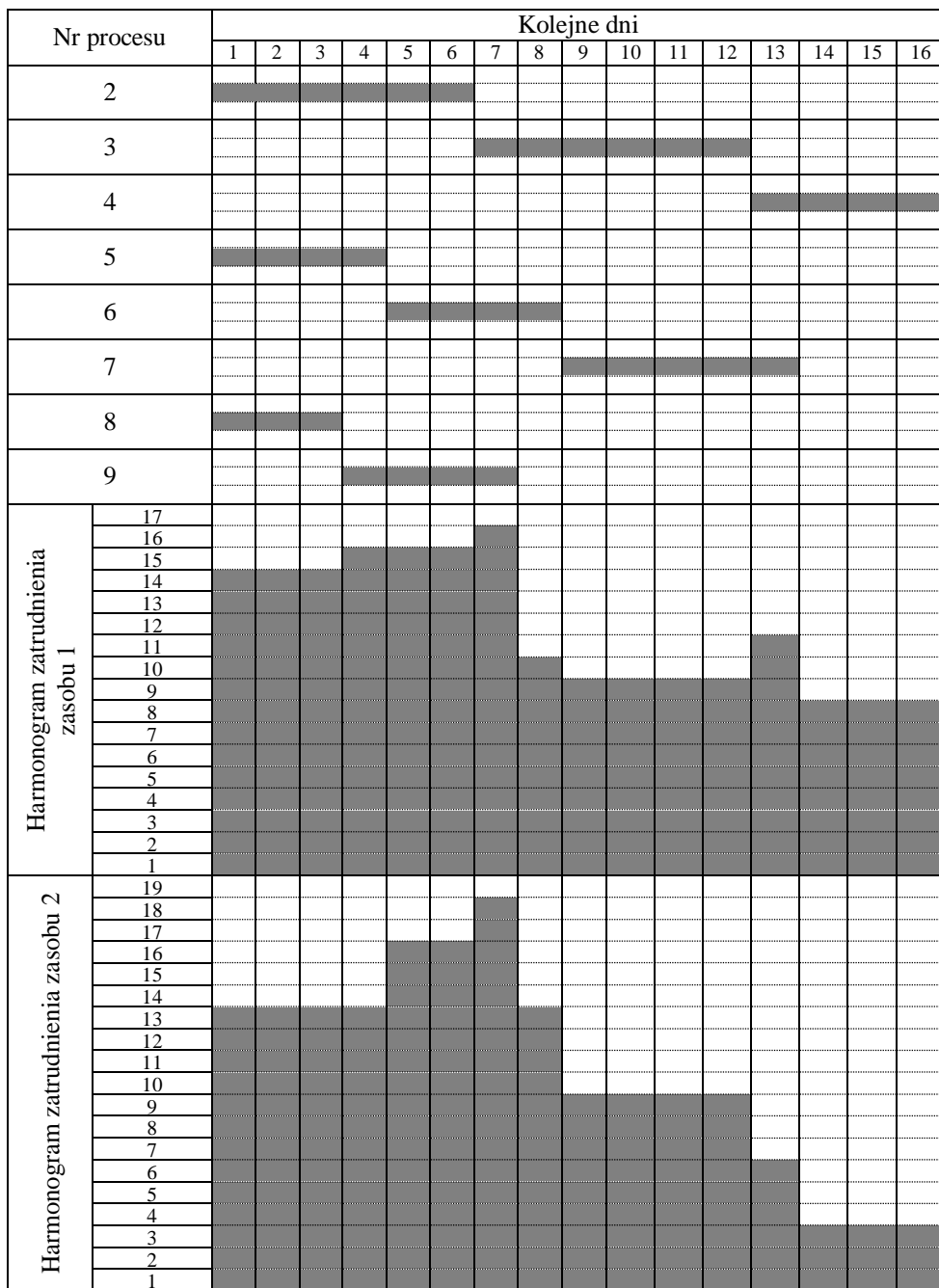


Rys. 6.1. Graf dla przedsięwzięcia w przykładzie

Tabela 6.1. Dane do przykładu (czasy wykonania procesów, terminy realizacji i zapotrzebowanie dzienne na zasoby dla wariantu podstawowego)

Nr procesu	Czas wykonania [dni]	Zapotrzebowanie dzienne na zasób 1 [j.z./dzień]	Zapotrzebowanie dzienne na zasób 2 [j.z./dzień]	Najwcześniejszy termin rozpoczęcia	Najpóźniejszy termin zakończenia
1	0	0	0	0	0
2	6	5	4	0	6
3	6	6	6	6	12
4	4	8	3	12	16
5	4	4	4	0	7
6	4	4	7	4	11
7	5	3	3	8	16
8	3	5	5	0	12
9	4	6	5	3	16
10	0	0	0	16	16

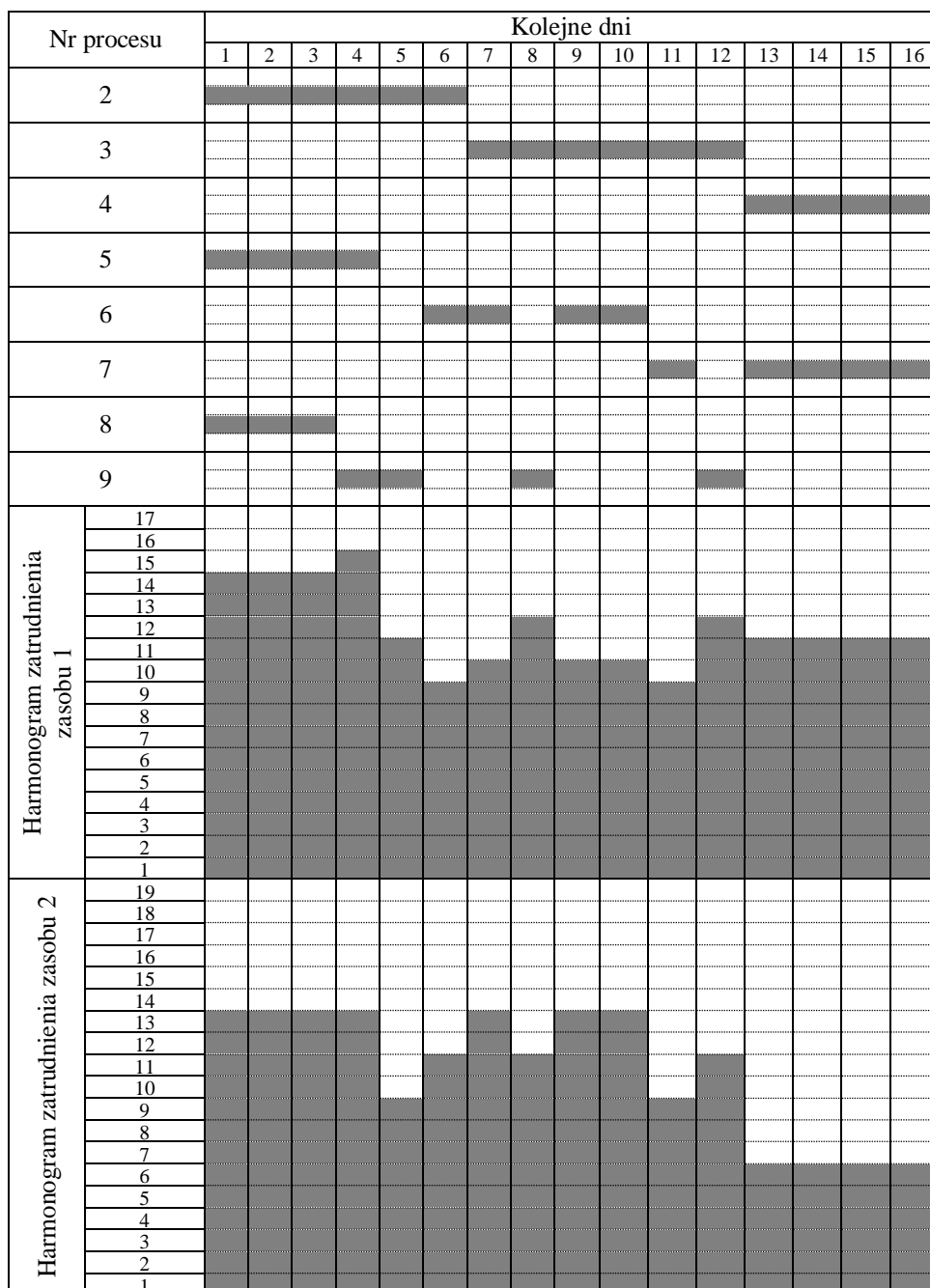
Przeprowadzono analizę modelu w funkcji czasu. Dyrektywny termin realizacji przedsięwzięcia przyjęto równy minimalnemu ( $T = 16$ ). Harmonogramy zatrudnienia zasobów (rys. 6.2), opracowane na podstawie harmonogramu realizacji przedsięwzięcia dla najwcześniejszych terminów rozpoczynania procesów, są nierównomierne. Rozwiązanie modeli matematycznych dla przykładu z uwzględnieniem i bez uwzględnienia warunku realizacji procesów bez przerw przedstawiono na rysunkach 6.3–6.5.



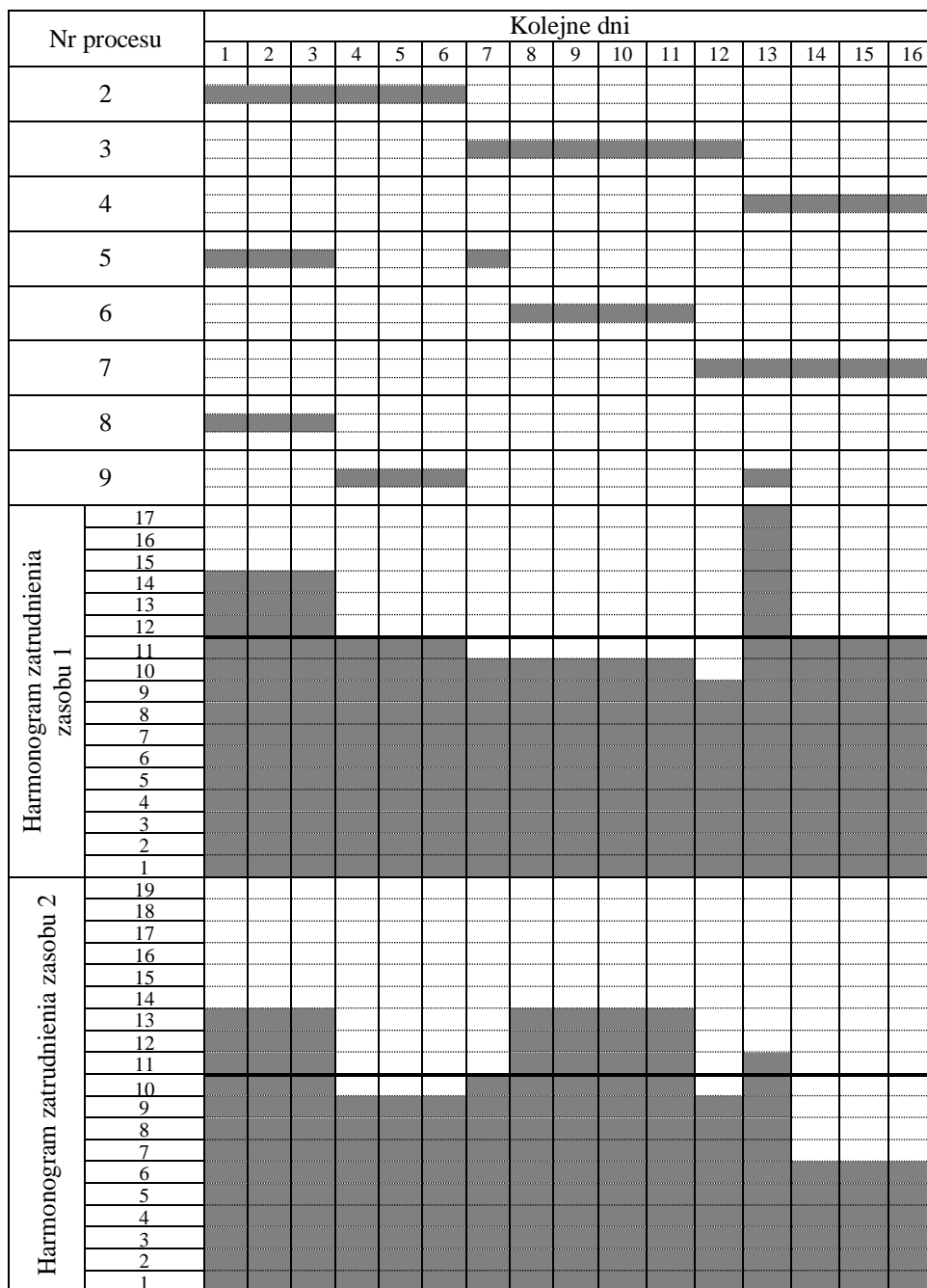
Rys 6.2. Harmonogram realizacji przedsięwzięcia dla najwcześniejszych terminów rozpoczęcia oraz harmonogramy zatrudnienia zasobów (przykład)

Nr procesu	Kolejne dni															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
2	█	█	█	█	█	█										
3							█	█	█	█	█	█				
4													█	█	█	█
5	█	█	█	█												
6							█	█	█	█						
7												█	█	█	█	█
8	█	█	█													
9				█	█	█	█									
Harmonogram zatrudnienia zasobu 1	17															
	16															
	15	█	█	█												
	14	█	█	█	█											
	13	█	█	█												
	12	█	█	█			█									
	11	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█
	10	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█
	9	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█
	8	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█
	7	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█
	6	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█
	5	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█
	4	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█
	3	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█
	2	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█
	1	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█
Harmonogram zatrudnienia zasobu 2	19															
	18															
	17															
	16															
	15															
	14															
	13	█	█	█	█											
	12	█	█	█	█			█	█	█	█					
	11	█	█	█	█			█	█	█	█	█	█	█	█	█
	10	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█
	9	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█
	8	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█
	7	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█
	6	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█
	5	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█
	4	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█
	3	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█
2	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	
1	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	

Rys 6.3. Harmonogram realizacji przedsięwzięcia z wyrównanym zapotrzebowaniem na zasoby (rozwiązanie optymalne przykładu dla obu funkcji celu z założeniem ciągłej realizacji procesów)



Rys 6.4. Harmonogram realizacji przedsięwzięcia z wyrównanym zapotrzebowaniem na zasoby (rozwiązanie optymalne przykładu z funkcją celu minimalizującą maksymalne poziomy zatrudnienia dziennego i z opcją przerywania realizacji procesów)



Rys 6.5. Harmonogram realizacji przedsięwzięcia z wyrównanym zapotrzebowaniem na zasoby (rozwiązanie optymalne przykładu z funkcją celu minimalizującą sumę odchyleń zatrudnienia dziennego od poziomów średnich z opcją przerywania realizacji procesów)

W modelach przyjęto dwie różne funkcje celu: minimalizację maksymalnego poziomu zatrudnienia dziennego oraz minimalizację sumy odchyłeń zatrudnienia dziennego w kolejnych dniach od poziomu średniego (dla zasobu nr 1 – poziom średni przyjęto równy 11 robotnikom, dla zasobu nr 2 – 10 robotników). Obliczenia przeprowadzono stosując do rozwiązania modeli programowania liniowego program LINGO 12.0 Optimization Modeling Software.

Uzyskano identyczne rozwiązanie przy zastosowaniu obu funkcji celu w przypadku, gdy przerwy w realizacji procesów były niedopuszczalne (rys. 6.3). Maksymalne poziomy zatrudnienia dziennego wyniosły w obu przypadkach 15 osób (zasób nr 1) i 13 osób (zasób nr 2).

Takie same wartości uzyskano dla kryterium minimalizacji maksymalnych poziomów zatrudnienia, gdy dopuszczono możliwość przerywania realizacji procesów (rys. 6.4).

W przypadku kryterium minimalizującego sumę odchyłeń dziennych poziomów zatrudnienia od poziomów średnich, dopuszczenie przerywania realizacji procesów umożliwiło zmniejszenie wartości funkcji celu z 64 (procesy realizowane ciągle) do 60 (rys. 6.5). Nie są to jednak wszystkie rozwiązania optymalne analizowanych modeli. Stopień wykorzystania zasobów można poprawić zezwalając dodatkowo na zmianę sposobu wykonania niektórych procesów (lub ich fragmentów) na wariant z mniejszym zapotrzebowaniem na zasoby i dłuższym czasem realizacji (np. ostatni etap realizacji procesu 9 na rys. 6.5) (Jaśkowski, 2013).

Na podstawie analizy uzyskanych wyników można stwierdzić, że przyjęcie *a priori* założeń do modelu i wybór funkcji kryterialnej jest trudny. Podjęcie decyzji powinno być wspomagane analizą wyników uzyskanych dla różnych opcji. Możliwość ich wyboru i dowolnego kształtowania, a także łączenia kryteriów i rozwiązywania zagadnień wielokryterialnych, powinna być uwzględniona przy tworzeniu narzędzi komputerowych projektowania realizacji budowy.

## 6.5. Podsumowanie

Przedsięwzięcia budowlane nie mają charakteru powtarzalnego, a zatem proces projektowania realizacji przedsięwzięcia budowlanego – na każdym etapie szczególności – powinien uwzględniać istniejące warunki działania i ograniczenia, a jego wynikiem powinien być harmonogram realizacyjny optymalny ze względu na przyjęte kryteria oceny. Wybór określonego kryterium podejmowania decyzji i określenie jego istotności zależy od konkretnej sytuacji. Efektywność wykorzystania własnych zasobów stanowi jedno z podstawowych kryteriów stosowanych przy optymalizacji harmonogramów realizacyjnych – ogólnych i szczegółowych – w ramach projektowania realizacji budowy.

Analizowany w rozdziale problem wyrównania zapotrzebowania (lub pracy) zasobów przedstawiono w formie zadania programowania liniowego (ze zmiennymi ciągłymi i binarnymi), dla których opracowano wiele efektywnych algorytmów rozwiązania. Aby można było efektywnie rozwiązywać modele zagadnień praktycznych o dużych rozmiarach, należy jednak stosować wspomaganie procesu rozwiązywania techniką komputerową. Do tego celu może być użyte uniwersalne oprogramowanie z zakresu przeprowadzania obliczeń matematycznych. Można tu

wyróżnić takie narzędzia programowe, jak np. LINGO, Mathematica, MatLab, MathCAD, Excel Solver. Należy jednak rozważyć zasadność zastosowania algorytmów heurystycznych lub metaheurystycznych i opracowywania z ich wykorzystaniem specjalizowanego oprogramowania do rozwiązywania złożonych problemów praktycznych (programy dedykowane), umożliwiającego dowolne modelowanie założeń i kryteriów optymalizacji. Dostępne na rynku programy wspomagające zarządzanie przedsięwzięciami umożliwiają jedynie sygnalizowanie konfliktów zasobowych (przekroczenie limitów dostępności) i ich automatyczną likwidację z wykorzystaniem niejawnych reguł heurystycznych.

Prace badawcze były finansowane z środków statutowych przyznanych przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego (S/63/2014).

## 6.6. Literatura

- [1] Biernacki, J., Cyunel, B. (1989). *Metody sieciowe w budownictwie*. Warszawa: Arkady.
- [2] Burgess, A. R. i Killebrew J. B. (1962). Variation in activity level on a cyclical arrow diagram. *Journal of Industrial Engineering*, 13(2), 76-83.
- [3] Easa, S. M. (1989). Resource leveling in construction by optimization. *Journal of Construction Engineering and Management*, 115(2), 302-316.
- [4] Hariga, M. i El-Sayegh, S. M. (2011). Cost optimization model for the multiresource leveling problem with allowed activity splitting. *Journal of Construction Engineering and Management*, 137(1), 56-64.
- [5] Harris, R. B. (1990). Packing Method for Resource Leveling (PACK). *Journal of Construction Engineering and Management*, 116(2), 331-350.
- [6] Jaśkowski, P. (2013). Projektowanie realizacji przedsięwzięć budowlanych ze zmienną w czasie intensywnością wykonania procesów niekrytycznych. *Zeszyty Naukowe Wyższa Szkoła Oficerska Wojsk Lądowych im. Gen T. Kościuszki*, 167(1), 150-159.
- [7] Jaworski, K. M. (1999). *Metodologia projektowania realizacji budowy*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe.
- [8] Jaworski, K. M. (2000). Problemy optymalizacyjne w wyrównywaniu wykresów sprawdzających. *Materiały Konferencji Naukowo-Technicznej: Procesy Budowlane 2000, Realizacja procesów i obiektów budowlanych*. Gliwice-Kokotek, 75-80.
- [9] Karaa, F. i Nasr A. (1989). Resource management in construction. *Journal of Construction Engineering and Management*, 112(3), 346-357.
- [10] Marcinkowski, R. (2002). *Metody rozdziału zasobów realizatora w działalności inżyniersko-budowlanej*. Warszawa: WAT.
- [11] Mattila, K. G. i Abraham, D. M. (1998). Resource leveling of linear schedules using integer linear programming. *Journal of Construction Engineering and Management*, 124(3), 232-244.
- [12] Pawlak, M. (1999). *Algorytmy ewolucyjne jako narzędzie harmonogramowania produkcji*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.
- [13] Połoński, M. (2011). Algorytm optymalnego wyrównania wykresu zatrudnienia z zastosowaniem grafu. *Budownictwo i Inżynieria Środowiska*, 2(3), 377-382.

- [14] Senouci, A. B. i Eldin, N. N. (2004). Use of genetic algorithms in resource scheduling of construction projects. *Journal of Construction Engineering and Management*, 130(6), 869-877.
- [15] Son, J. i Mattila K. (2004). Binary resource leveling model: Activity splitting allowed. *Journal of Construction Engineering and Management*, 130(6), 887-894.
- [16] Son, J. i Skibniewski, M. (1999). Multiheuristic approach for resource leveling problem in construction engineering: Hybrid approach. *Journal of Construction Engineering and Management*, 125(1), 23-31.
- [17] Wagner, H. M., Giglio, R. J. i Glaser, R. G. (1964). Preventive Maintenance Scheduling by Mathematical Programming. *Management Science*, 10(2), 316-334.
- [18] Węglarz, J. (1981). *Sterowanie w systemach typu kompleks operacji*. Warszawa–Poznań: PWN.

### **Abstract**

In the course of construction works one should attempt to harmonize the work of resources. Such harmonization is reflected in the continuity of works and steady production output with full utilization of resource capacities, and results in reduced construction time and cost. Selection and allocation of the resources and synchronization of their work are an integral part of project scheduling. The aim of research presented in this section is to develop decision models to facilitate the construction work planning process and the search for optimal solutions with respect to resource utilization. The consecutive subsections present: current state of research and classification of resource leveling methods, identification and mathematical formulation of scheduling constraints for the complex-of-operations-type projects with the assumption that all or selected processes can be split, a proposal of three substitute criteria functions described by linear equations that enable the user to construct a schedule of desired resource demand profile. The models can be developed into dedicated software for generating optional schedules (as the example presented in this section). The analysis of such options is to guide the decision-maker, according to their preferences, through the planning process.